

Efektywność portfela akcji w przypadku rekomendacji wielokrotnych – wykorzystanie teorii liczb rozmytych

Anna Łyczkowska-Hanćkowiak ¹
Aleksandra Wójcicka-Wójtowicz ²

¹Uniwersytet WSB Merito w Poznaniu

²Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

Wirtualne Seminarium z Badań Operacyjnych
15.05.2023

Agenda

- Wprowadzenie
- Zorientowane trapezowe liczby rozmyte
- Podejście portfelowe
- Studium przypadku
- Wnioski

Liczby rozmyte

- **Liczby rozmyte** – narzędzie pozwalające formalnie opisać i przetwarzać wielkości oraz informacje nieprecyzyjne i niepewne
- **Liczba rozmyta** – rodzina wartości, gdzie każda z rozpatrywanych wartości należy do niej w różnym stopniu
- **Liczba rozmyta** – zbiór rozmyty określony na \mathbb{R}

Trapezowe zorientowane liczby rozmyte

Definicja (Piasecki, 2018)

Dla dowolnego ciągu $(a, b, c, d) \subset \mathbb{R}$, trapezowa zorientowana liczba rozmyta $TrOFN$ - para liczby rozmytej określonej przez funkcję przynależności $\mu_{Tr} \in [0, 1]^{\mathbb{R}}$

$$\mu_{Tr}(x|a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \notin [a, d] \equiv [d, a], \\ \frac{x-a}{b-a}, & x \in [a, b[\equiv]b, a], \\ 1, & x \in [b, c] \equiv [c, b], \\ \frac{x-d}{c-d}, & x \in]c, d] \equiv [d, c[. \end{cases}$$

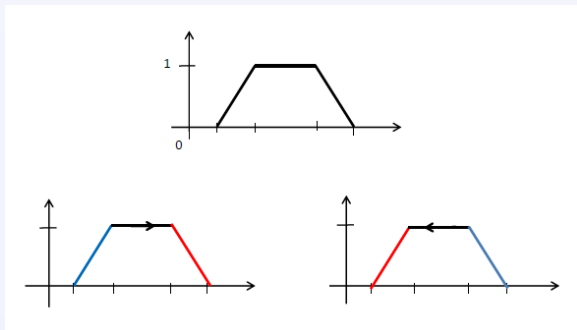
oraz orientacji od $a \in \mathbb{R}$ do $b \in \mathbb{R}$.

Orientacja liczby rozmytej

\mathbb{K}_{Tr} – przestrzeń wszystkich TrOFN

\mathbb{K}_{Tr}^+ – dodatnio zorientowane TrOFN

\mathbb{K}_{Tr}^- – ujemnie zorientowane TrOFN



Rozszerzenie podstawowej arytmetyki \mathbb{K}_{Tr}

Definicja (Piasecki, 2018)

$$\overleftrightarrow{Tr}(a, b, c, d) \boxplus \overleftrightarrow{Tr}(p - a, q - b, r - c, s - d) =$$

$$\begin{cases} \overleftrightarrow{Tr}(\min\{p, q\}, q, r, \max\{r, s\}), (q < r) \vee (q = r \wedge p \leq s), \\ \overleftrightarrow{Tr}(\max\{p, q\}, q, r, \min\{r, s\}), (q > r) \vee (q = r \wedge p > s). \end{cases}$$

$$\beta \boxdot \overleftrightarrow{Tr}(a, b, c, d) = \overleftrightarrow{Tr}(\beta \cdot a, \beta \cdot b, \beta \cdot c, \beta \cdot d).$$

Nieprecyzja

Nieprecyzja – złożenie wieloznaczności i nieostrości informacji.

- **Wieloznaczność** – brak jednoznacznego wskazania jednej alternatywy spośród wielu rozważanych.
- **Nieostrość** – brak jednoznacznego rozróżnienia pomiędzy daną informacją i jej zaprzeczeniem.

OFN – szczególny rodzaj nieprecyzyjnej informacji.

Wzrost nieprecyzji informacji zmniejsza jej przydatność.

Wartość bieżąca, wartość przyszła, stopa zwrotu

Zakładamy, że horyzont czasowy inwestycji $t > 0$ jest ustalony.

Instrument finansowy jest określony przez

- oczekiwaną wartość przyszłą (*FV*) V_t
- oszacowaną wartość bieżącą (*PV*), V_0

Podstawowa charakterystyka korzyści płynących z posiadania danego instrumentu – stopa zwrotu

$$r_t = \frac{V_t - V_0}{V_0} = \frac{V_t}{V_0} - 1$$

Nieprecyzyjna wartość bieżąca

Jeżeli PV jest nieprecyzyjnie oszacowana, to może być opisana przez TrOFN

$$\overleftrightarrow{PV} = \overleftrightarrow{Tr} (V_s, V_f, V_l, V_e),$$

- $[V_s, V_e] \subset \mathbb{R}^+$ – przedział wszystkich możliwych wartości PV ,
- $[V_f, V_l] \subset [V_s, V_e]$ – przedział wszystkich cen, które nie różnią się istotnie od podanej ceny rynkowej \check{P}

Jeżeli przewidujemy wzrost ceny, to PV jest opisana przez dodatnio zorientowaną TrOFN.

Jeżeli przewidujemy spadek ceny, to PV jest opisana przez ujemnie zorientowaną TrOFN.

Nieprecyzyjny oczekiwany czynnik dyskontujacy

Nieprecyzyjny oczekiwany czynnik dyskontujacy
 (OEDF) – $\overleftrightarrow{V} : \mathbb{K}_{Tr} \rightarrow \mathbb{K}$

$$\overleftrightarrow{V} \left(\overleftrightarrow{PV} \right) = \overleftrightarrow{Tr} \left(\frac{V_s \cdot \bar{v}}{\check{P}}, \frac{V_f \cdot \bar{v}}{\check{P}}, \frac{V_l \cdot \bar{v}}{\check{P}}, \frac{V_e \cdot \bar{v}}{\check{P}} \right)$$

Miary energii i entropii

$$d(\text{TrOFN}(a, b, c, d)) = \frac{1}{2} \cdot |d + c - b - a|$$

$$e(\text{TrOFN}(a, b, c, d)) = \frac{1}{4} \cdot |d - c + b - a|$$

Miary energii i entropii OEDF $\overleftrightarrow{\mathcal{V}}(S)$

$$d(\mathcal{V}(S)) = \left| \frac{V_e + V_l - V_f - V_s}{2\check{P}} \right|$$

$$e(\mathcal{V}(S)) = \left| \frac{V_e - V_l + V_f - V_s}{4\check{P}} \right|$$

Procedura analizy strategii S_1, S_2, S_3

1. Dla każdego papieru wartościowego ustalonego dnia wyznaczamy $\overleftrightarrow{PV}_i$;
2. Wyznaczamy nieprecyzyjną PV rosnących papierów wartościowych π^+ oraz spadających papierów wartościowych π^- ;
3. Obliczamy nieprecyzyjną PV całego portfela π^* ;
4. Wyznaczamy nieprecyzyjny OEDF \overleftrightarrow{V}^+ oraz \overleftrightarrow{V}^- ;
5. Obliczamy OEDF portfela π^* ;
6. Wyznaczamy miary energii oraz entropii OEDF

Studium przypadku

Badamy portfel złożony z aktywów 7 spółek sektora związanego z handlem notowanych na GPW w Warszawie.

Portfel jest analizowany w oparciu o trzy różne podejścia:

- portfel π_1 – strategia S_1 – rekomendacje TrOFN,
- portfel π_2 – strategia S_2 – rekomendacje brokerów,
- portfel π_3 – strategia S_3 – pasywna.

Studium przypadku – 20.04.2022

Table: Składowe początkowego portfela π^*

Y_i	Nazwa	Skrót	Liczba akcji
Y_{ABE}	ABSA (ABPL)	ABE	700
Y_{ALE}	ALLEGRO	ALE	900
Y_{ANR}	ANSWEAR	ANS	1100
Y_{ASB}	ASBIS	ASB	1900
Y_{DAD}	DADELO	DAD	2100
Y_{OPN}	OPONEO.PL	OPN	800
Y_{TOA}	TOYA	TOA	1400

Studium przypadku – 20.04.2022

Table: Wyniki składowych portfela π^*

Y_i	\overleftarrow{PV}	\check{P}	$d(\overleftarrow{PV})$	$e(\overleftarrow{PV})$
Y_{ABE}	$Tr(46.15, 46.15, 47.90, 47.95)$	47.90	1.7750	0.0125
Y_{ALE}	$Tr(27.05, 27.49, 27.91, 28.52)$	27.85	0.9450	0.2625
Y_{ANR}	$Tr(26.20, 26.00, 25.85, 25.80)$	26.00	0.2750	0.0625
Y_{ASB}	$Tr(11.60, 11.60, 12.00, 12.12)$	12.22	0.4600	0.0300
Y_{DAD}	$Tr(13.85, 13.85, 13.20, 12.95)$	13.00	0.7750	0.0625
Y_{OPN}	$Tr(48.00, 48.30, 48.80, 49.30)$	48.80	0.9000	0.2000
Y_{TOA}	$Tr(6.22, 6.22, 6.25, 6.35)$	6.34	0.0800	0.0250

Studium przypadku – 20.04.2022

Obliczamy PV portfeli π^+ , π^- , π^*

$$\overleftrightarrow{PV}^+ = \overleftrightarrow{Tr} (125798.00, 126434.00, 129239.00, 130591.00)$$

$$\overleftrightarrow{PV}^- = \overleftrightarrow{Tr} (57905.00, 57685.00, 56155.00, 55575.00)$$

$$\overleftrightarrow{PV}^* = \overleftrightarrow{Tr} (183703.00, 184119.00, 185394.00, 186166.00)$$

Studium przypadku – 20.04.2022

Obliczamy nieprecyzyjne OEDF portfeli π^+ , π^- , π^*

$$\overleftrightarrow{\mathcal{V}}^+ = \overleftrightarrow{Tr} (0.9836, 0.9885, 1.0103, 1.0209)$$

$$\overleftrightarrow{\mathcal{V}}^- = \overleftrightarrow{Tr} (1.0436, 1.0394, 1.0130, 1.0030)$$

$$\overleftrightarrow{\mathcal{V}}^* = \overleftrightarrow{Tr} (1.0007, 1.0030, 1.0111, 1.0158)$$

$$d(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}^*) = 0.0116$$

$$e(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}^*) = 0.0018$$

Studium przypadku – Strategia S_1 – 17.06.2022

Dla portfela π_1^* otrzymujemy

$$\overrightarrow{PV}_1^+ = \overleftarrow{Tr}(93570.00, 94360.00, 95730.00, 99050.00)$$

$$\overrightarrow{PV}_1^- = \overleftarrow{Tr}(69865.00, 69050.00, 67600.00, 66725.00)$$

$$\overrightarrow{PV}_1^* = \overleftarrow{Tr}(163435.00, 163410.00, 163330.00, 163330.00)$$

$$\overrightarrow{V}_1^+ = \overleftarrow{Tr}(0.9621, 0.9703, 0.9842, 1.0187)$$

$$\overrightarrow{V}_1^- = \overleftarrow{Tr}(1.0291, 1.0165, 0.9954, 0.9825)$$

$$\overrightarrow{V}_1^* = \overleftarrow{Tr}(0.9894, 0.9891, 0.9888, 0.9888)$$

Miara energii \overrightarrow{V}_1^* portfela π_1^* $d(\overrightarrow{V}^*) = 0.0005$

Miara entropii \overrightarrow{V}_1^* portfela π_1^* $e(\overrightarrow{V}^*) = 0.0001$

Studium przypadku – Strategia S_2 – 17.06.2022

Dla portfela π_2^* otrzymujemy

$$\overrightarrow{PV}_2^+ = \overleftarrow{Tr} (87362.00, 88071.00, 89358.00, 92350.00)$$

$$\overrightarrow{PV}_2^- = \overleftarrow{Tr} (73875.00, 73029.00, 71378.00, 70492.00)$$

$$\overrightarrow{PV}_2^* = \overleftarrow{Tr} (161237.00, 161100.00, 160736.00, 160736.00)$$

$$\overrightarrow{V}_2^+ = \overleftarrow{Tr} (0.9636, 0.9714, 0.9855, 1.0189)$$

$$\overrightarrow{V}_2^- = \overleftarrow{Tr} (1.0291, 1.0165, 0.9954, 0.9825)$$

$$\overrightarrow{V}_2^* = \overleftarrow{Tr} (0.9920, 0.9911, 0.9891, 0.9891)$$

Miara energii \overrightarrow{V}_2^* portfela π_2^* $d(\overrightarrow{V}^*) = 0.0024$

Miara entropii \overrightarrow{V}_2^* portfela π_2^* $e(\overrightarrow{V}^*) = 0.0002$.

Wyniki otrzymane po zastosowaniu strategii S_1, S_2, S_3

Strategie	M_i^*	$d(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}_i^*)$	$e(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}_i^*)$
S_0	185629.00	0.0116	0.0018
S_1	16664.00	0.0005	0.0001
S_2	163914.00	0.0024	0.0002
S_3	156614.00	0.0022	0.0002

$$M_0^* > M_1^* > M_2^* > M_3^*$$

$$d(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}_1^*) < d(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}_3^*) < d(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}_2^*) < d(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}_0^*)$$

$$e(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}_1^*) < e(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}_2^*) = e(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}_3^*) < e(\overleftrightarrow{\mathcal{V}}_0^*)$$

Studium przypadku – 29.07.2022

29.07.2022 inwestor postanawia ponownie skorzystać z rekomendacji TrOFN lub brokera. Inwestor może:

- skorzystać z rekomendacji TrOFN – strategia $S_{1,1}$
- skorzystać z rekomendacji brokera – strategia $S_{2,2}$
- niczego nie zmieniać – strategia $S_{3,3}$

Wyniki otrzymane po zastosowaniu strategii $S_{1,1}$, $S_{2,2}$, $S_{3,3}$

Strategie	$M_{i,i}^*$	$d(\overleftrightarrow{V}_{i,i}^*)$	$e(\overleftrightarrow{V}_{i,i}^*)$
S_0	185629.00	0.0116	0.0018
$S_{1,1}$	170118.00	0.0043	0.0001
$S_{2,2}$	170012.00	0.0060	0.0003
$S_{3,3}$	151062.00	0.0087	0.0004

$$M_0^* > M_{1,1}^* > M_{2,2}^* > M_1^* > M_2^* > M_3^* > M_{3,3}^*$$

$$d(\overleftrightarrow{V}_{1,1}^*) < d(\overleftrightarrow{V}_{2,2}^*) < d(\overleftrightarrow{V}_{3,3}^*) < d(\overleftrightarrow{V}_0^*)$$

$$e(\overleftrightarrow{V}_{1,1}^*) < e(\overleftrightarrow{V}_0^*) = e(\overleftrightarrow{V}_{2,2}^*) < e(\overleftrightarrow{V}_{3,3}^*)$$

Studium przypadku – 21.09.2022

21.09.2022 inwestor postanawia ponownie skorzystać z rekomendacji TrOFN lub brokera. Inwestor może:

- skorzystać z rekomendacji TrOFN – strategia $S_{1,1,1}$
- skorzystać z rekomendacji brokera – strategia $S_{2,2,2}$
- niczego nie zmieniać – strategia $S_{3,3,3}$

Wyniki otrzymane po zastosowaniu strategii $S_{1,1,1}$, $S_{2,2,2}$, $S_{3,3,3}$

Strategie	$M_{i,i,i}^*$	$d(\overleftrightarrow{V}_{i,i,i}^*)$	$e(\overleftrightarrow{V}_{i,i,i}^*)$
S_0	185629.00	0.0116	0.0018
$S_{1,1,1}$	233177.00	0.0091	0.00027
$S_{2,2,2}$	231459.00	0.0106	0.00027
$S_{3,3,3}$	190428.00	0.0106	0.0028

$$M_{1,1,1}^* > M_{2,2,2}^* > M_{3,3,3}^* > M_0^* > M_{1,1}^* > M_{2,2}^* > M_1^* > M_2^* > M_3^* > M_{3,3}^*$$

$$d(\overleftrightarrow{V}_{1,1,1}^*) < d(\overleftrightarrow{V}_{2,2,2}^*) = d(\overleftrightarrow{V}_{3,3,3}^*) < d(\overleftrightarrow{V}_0^*)$$

$$e(\overleftrightarrow{V}_0^*) < e(\overleftrightarrow{V}_{1,1,1}^*) = e(\overleftrightarrow{V}_{2,2,2}^*) < e(\overleftrightarrow{V}_{3,3,3}^*)$$

Wnioski

- Głównym celem badania było porównanie przydatności rekomendacji wysuwanych przez maklerów giełdowych i sugerowanych przez analizę portfela rozmytego, która została przeprowadzona z wykorzystaniem rozmytego czynnika dyskontującego.
- Wyniki pokazują, że analiza portfela rozmytego była dokładniejsza dla spółek z sektora związanego z handlem ocenianych prognozą najbliższej zmiany cen niż rekomendacje brokerów.

Wnioski

- Studium przypadku pokazuje, że rekomendacje uzyskane z wykorzystaniem OFN są lepsze, jeśli weźmiemy pod uwagę miary energii i entropii (ich wartości są mniejsze). Może to również wynikać z faktu, że rekomendacje OFN, w przeciwieństwie do większości rekomendacji brokerów, są rekomendacjami krótkoterminowymi.
- Wyniki oparte na OFN są lepsze, ponieważ są mniej nieprecyzyjne.

Dziękuję za uwagę

Dziękuję za uwagę